

Media pătratică

Se folosește când fenomenul supus cercetării înregistrează modificări aproximativ în progresie geometrică.

În *forma simplă* se calculează atunci când distribuția statistică este construită pe variante, astfel:

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}}$$

În *forma ponderată* se calculează atunci când distribuția statistică este construită prin frecvențe, astfel:

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}}$$

În cazul în care seria este construită cu frecvențe relative (f^*), formula de calcul are forma:

$$\bar{x}_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i^*}$$

!!! Pentru o aceeași distribuție media pătratică este mai mare decât media aritmetică.

!!! Prin media pătratică se scoate în evidență influența valorilor mari ale caracteristicii.

!!! În practică media pătratică se folosește pentru calculul abaterii medii pătratice ca indicator al variației.

Exemple:

Notele obținute de un student într-o sesiune sunt următoarele:

8, 10, 9, 7, 4, 4

Care ar fi media studentului dacă s-ar folosi forma mediei pătratice?

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{64 + 100 + 81 + 49 + 16 + 16}{6}} = \sqrt{\frac{326}{6}} = 7,37$$

Se cunosc următoarele date privind salariul angajaților unei firme:

| Salariul lunar realizat (mii lei) | Număr de muncitori (persoane) |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| 600 – 700 | 2 |
| 700 – 800 | 18 |
| 800 – 900 | 36 |
| 900 – 1.000 | 27 |
| 1.000 – 1.100 | 10 |
| 1.100 – 1.200 | 5 |
| 1.200 și peste | 2 |
| Total | 100 |

Calculați nivelul mediu al salariului după cele două forme de medie și comparați rezultatele.

Rezolvare: pentru ușurința calculelor construim următorul tabel:

| Salariul lunar realizat (mii lei) | Număr de muncitori (persoane) | x_i | $x_i f_i$ | $x_i^2 f_i$ |
|-----------------------------------|-------------------------------|-----------|---------------|-------------------|
| 600 – 700 | 2 | 650 | 1.300 | 845.000 |
| 700 – 800 | 18 | 750 | 13.500 | 10.125.000 |
| 800 – 900 | 36 | 850 | 30.600 | 26.010.000 |
| 900 – 1.000 | 27 | 950 | 25.650 | 24.367.500 |
| 1.000 – 1.100 | 10 | 1.050 | 10.500 | 11.025.000 |
| 1.100 – 1.200 | 5 | 1.150 | 5.750 | 6.612.500 |
| 1.200 și peste | 2 | 1.250 | 2.500 | 3.125.000 |
| Total | 100 | -- | 89.800 | 82.110.000 |

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{89.800}{100} = 898$$

$$\bar{x}_p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}} = \sqrt{\frac{82.110.000}{100}} = 906,15$$

Media geometrică

... se mai numește și “medie de ritm”

...se folosește când fenomenul supus cercetării înregistrează un ritm de modificare încetinit chiar dacă volumul absolut al modificării este din ce în ce mai mare.

... spre deosebire de celelalte feluri de mărimi medii bazate pe relația de aditivitate, media geometrică se bazează pe relația de produs al termenilor seriei.

♣ În forma simplă

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod x_i}$$

♣ În forma ponderată

$$\bar{x}_g = \sqrt[n]{\prod x_i^{f_i}}$$

!!! Pentru o aceeași distribuție media geometrică este mai mică decât media aritmetică.

!!! Prin media geometrică se scoate în evidență influența valorilor mici ale caracteristicii.

!!! În practică media geometrică se folosește pentru calculul indicelui mediu de modificare a unui fenomen.

!!! Media geometrică nu poate fi folosită dacă distribuția statistică are cel puțin un termen negativ sau zero.

Exemple:

A. Notele obținute de un student într-o sesiune sunt următoarele:

8, 10, 9, 7, 4, 4

Care ar fi media studentului dacă s-ar folosi forma mediei geometrice?

$$\bar{x}_g = \sqrt[6]{8 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 4} = \sqrt[6]{40.320} = 6,79$$

$$\bar{x}_g < \bar{x} < \bar{x}_p$$

Prin acest exemplu repetat pentru cele trei tipuri de medie, se poate verifica relația:

$$6,79 < 7 < 7,37$$

B. Se cunosc următoarele date privind 33 de firme de turism din județul Sibiu, aferente unei luni de activitate:

| Grupe de firme după CA (mld.u.m) | Nr. firme | x_i | $x_i f_i$ | x_i^2 | $x_i^2 f_i$ | $x_i^{f_i}$ |
|----------------------------------|-----------|-------|-----------|---------|-------------|-------------|
| 0,5 - 1,0 | 5 | 0,75 | 3,75 | 0,5625 | 2,8125 | 0,2373 |
| 1,0 - 1,5 | 15 | 1,25 | 18,75 | 1,5625 | 23,4375 | 28,4217 |
| 1,5 - 2,0 | 10 | 1,75 | 17,50 | 3,0625 | 30,6250 | 269,3894 |
| 2,0 - 2,5 | 2 | 2,25 | 4,50 | 5,0625 | 10,1250 | 5,0625 |
| 2,5 - 3,0 | 1 | 2,75 | 2,75 | 7,5625 | 7,5625 | 2,7500 |
| Total | 33 | - | 47,25 | - | 75,6920 | 25,295 |

$$\bar{x}_a \quad \overline{CA} = \frac{\sum CA \cdot Nr}{\sum Nr} = \frac{47.25}{33} = 1.43 \text{ mld.u.m.}$$

$$\bar{x}_p \quad \overline{CA} = \sqrt{\frac{\sum CA^2 \cdot Nr}{\sum Nr}} = \sqrt{\frac{75.6920}{33}} = 1.51 \text{ mld.u.m}$$

$$\bar{x}_g \quad \overline{CA} = \sqrt[Nr]{\prod CA^{Nr}} = \sqrt[33]{25.295} = 1.10 \text{ mld.u.m.}$$

Se observă diferențele și raportul de mărime care se stabilește între cele trei tipuri de medii fapt care reflectă importanța folosirii tipului de medie adecvat.

C. Numărul unităților de cazare turistică dintr-o zonă a voluat după cum urmează:

| Anii | Dinamica față de anul anterior (%) |
|------|------------------------------------|
| 1990 | - |
| 1991 | 91 |
| 1992 | 113 |
| 1993 | 103,2 |
| 1994 | 101,8 |
| 1995 | 104,8 |
| 1996 | 108,4 |
| 1997 | 108.1 |
| 1998 | 104,3 |

Care este ritmul mediu de evoluție a numărului de unități turistice în zona și perioada dată?

$$\bar{R} = \sqrt[8]{0,91 \cdot 1,13 \cdot 1,032 \cdot 1,018 \cdot 1,048 \cdot 1,084 \cdot 1,081 \cdot 1,043} = 1,384$$